



Université  
de Limoges

FACULTÉ  
DES SCIENCES  
ET TECHNIQUES



# Agenda

---

## Contenu de l'intervention

- Installation et découverte de l'environnement de travail et d'évaluation proposé ;
- Différences et les singularités de l'utilisation de Python (représentation des données, mécanisme d'exceptions, orienté objet etc.) ;
- Notions de base de données et utilisation pratique ;
- Programmation d'algorithmes pour l'analyse numérique (conception du programme, utilisation de graphe, rédaction d'un rapport final pour l'évaluation) ;
- Programmation d'algorithmes pour la manipulation de structure de données (manipulation de chaîne de caractères, de tableau, de fonction, d'exploration de graphe, pile/file etc.)

## La programmation

- ★ 9h Accueil ;
- ★ 10h30 Pause café à l'IREM ;
- ★ 12h30 Repas au RU ;
- ★ 13h45 Reprise ;
- ★ 15h30 Pause café à l'IREM ;
- ★ 17h00 Fini... *Déjà ?*

# Quelques remarques sur Python

---

Programmation « traditionnelle » :

- traitement d'entier de taille limitée ;
- traitement difficile de chaînes de caractères ;
- utilisation de fonction ;
- utilisation de bibliothèque ;
- utilisation de pile pour les appels ;
- allocation et gestion mémoire ;
- pointeurs ;
- typage fort ;
- compilation ;
- vitesse d'exécution.

La réponse de Python :

- gestion simplifiée de chaîne de caractères (y compris avec des caractères internationaux) ;
- conversion des représentations ;
- gestion automatique de la mémoire (allocation, réservation, libération) ;
- utilisation d'un mode dictionnaire et langage interprété ;
- utilisation des mécanismes d'exceptions ;
- les modules et les espaces de noms ;
- programmation « orientée objet » ;
- notation propre  $\Rightarrow$  conception propre :  
l'écriture indentée ;
- vitesse de conception.

# Installation de Python, iPython

---

## Sous Windows

1. installer Google Chrome ou Firefox 6 ;

*Il est possible d'installer une version « portable » de Chrome sur une clé USB.*

[http://portableapps.com/apps/internet/google\\_chrome\\_portable](http://portableapps.com/apps/internet/google_chrome_portable)

2. installer anaconda :

Récupérer l'archive sur <http://continuum.io/downloads>

Sous la ligne de commande Windows (Win+R, cmd.exe) :

```
conda update conda
conda update ipython
```

3. Installer SQLite3 :

```
http://www.sqlite.org/download.html
```

Copier le programme `sqlite3.exe` dans `C:\WINDOWS`

*anaconda est également disponible pour Mac OSX.* **Faciliter l'accès dans l'interface graphique**

Créer un raccourci dans Windows :

```
C:\Python26\python.exe "C:\python26\scripts\ipython" notebook -pylab inline
```

# La démarche pour l'évaluation des élèves

---

## La notion de carnet ou « notebook »

- ★ un lieu d'expérimentation et de développement interactif ;
- ★ une conception linéaire d'un algorithme ;
- ★ un support à la rédaction d'un rapport ;
- ★ un **outil pour l'évaluation !**

## Exemple de rapport

### Résolution d'équation du second degré

$$a * x^2 + b * x + c = 0$$

```
In [7]: a = 1
        b = 1
        c = -4

        d = b**2-4*a*c # discriminant

        if d < 0:
            print "Cette équation n'a pas de solution réelle"
        elif d == 0:
            x = (-b+sqrt(d))/(2*a)
            print "Cette équation a une seule solution ", x
        else:
            x1 = (-b+sqrt(d))/(2*a)
            x2 = (-b-sqrt(d))/(2*a)
            print "Cette équation a deux solutions ", x1, " and", x2
```

Cette équation a deux solutions 1.56155281281 and -2.56155281281

# iPython

## Les options sur la ligne de commande

- ▷ `ipython notebook` : permet d'utiliser son navigateur Web pour éditer et exécuter des commandes Python ;
- ▷ `ipython notebook --pylab` : permet de charger au lancement `pylab` permettant de disposer des fonctionnalités de NumPy, Matplotlib et du module « `math` » ;

## Quelques commandes utiles à utiliser dans iPython

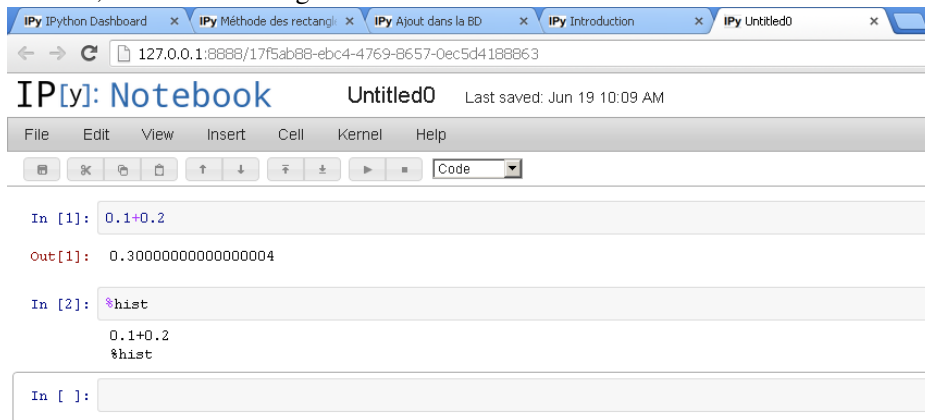
- ▷ `notebook` :
- ▷ `Tab-completion` : permet de compléter la saisie en tapant sur la touche « tabulation » après avoir saisi quelques caractères débutant la saisie. Lorsque plusieurs choix sont possibles, un menu est proposé.
- ▷ `?` : permet d'obtenir la documentation sur une commande :

```
In [9]: len?
Type:      builtin_function_or_method
String Form:<built-in function len>
Namespace: Python builtin
Docstring:
len(object) -> integer

Return the number of items of a sequence or mapping.
```

- ▷ `%who` & `whos` : affiche les variables, les fonctions définies, les modules chargées. `%who` affiche la liste et `%whos` affiche les détails ;
- ▷ `%pylab` : permet de disposer des modules « NumPy », « Matplotlib » et « `math` » ;
- ▷ `%hist` : affiche l'historique des commandes saisies.

Dans ce mode d'utilisation, on utilise le navigateur Web :



La page Web est décomposée en « cellule », qui peut contenir :

- du code Python telle qu'il serait entré dans l'interprète iPython :
  - ◊ Majuscule-Entrée : exécute le contenu de la cellule et affiche le résultat ;
  - ◊ `Ctrl-m h` : affiche la liste des commandes ;
  - ◊ `Ctrl-m l` : permet de faire apparaître les numéros de ligne pour faciliter la correction des erreurs ;
- du texte formaté en « Markdown » qui permet de disposer de lien web, de gras, italique et d'un mode d'entrée d'équation au format  $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ .
- ▷ les commandes de iPython vues précédemment fonctionnent ;
- ▷ `%pylab inline` : similaire à la commande précédente avec en plus l'intégration des graphes (utile lorsqu'elle est combinée avec l'option `notebook`).

Fonction	Description
<code>ceil (x)</code>	retourne arrondie à la valeur supérieure à l'entier plus grand ou égal à x
<code>floor (x)</code>	retourne la valeur arrondie à l'entier plus petit ou égal à x
<code>exp (x)</code>	retourne $e^x$
<code>log (x, base)</code>	retourne la valeur du logarithme de x suivant la base indiquée. Si la base n'est pas indiquée, retourne la valeur du logarithme népérien
<code>log10 (x)</code>	retourne $\log_{10}(x)$
<code>pow (x, y)</code>	retourne $x^y$
<code>sqrt (x)</code>	retourne $\sqrt{x}$
<code>degrees (x)</code>	réalise la conversion de radians vers degrés
<code>radians(x)</code>	réalise la conversion de degrés vers radians
<code>sin (x)</code>	retourne le sinus de x exprimé en radians
<code>cos (x)</code>	retourne le cosinus de x exprimé en radians
<code>tan (x)</code>	retourne la tangente de x exprimé en radians
<code>asin (x)</code>	retourne l'arcsinus de x en radians
<code>acos (x)</code>	retourne l'arcosinus de x en radians
<code>atan (x)</code>	retourne l'arctangente de x en radians
<code>hypot (x, y)</code>	retourne la valeur de l'hypoténuse $\sqrt{x^2 + y^2}$ ou la distance du point $(x, y)$ par rapport à l'origine
<code>pi</code>	la constante $\pi$
<code>e</code>	la constante $e$



# Représentation binaire des nombres

## L'octet

La valeur 70 représentée en binaire  $\implies$

0	1	0	0	0	1	1	0
128	64	32	16	8	4	2	1

Cet octet peut ensuite être associé avec un caractère au travers de la table « ASCII » ou du codage UTF-8.

## Les entiers relatifs

Suivant la taille de la représentation machine :

- on associe le bit de « poids fort », c-à-d associé à la puissance de 2 la plus grande, au signe ;
- on choisit un codage facilitant l'arithmétique binaire ;
- on peut représenter des valeurs comprises entre  $-2^{nbre\_bits-1}$  et  $2^{nbre\_bits-1} - 1$

Exemple sur une représentation suivant une taille de 8bits,  $nbre\_bits = 8$  :

0	1	0	0	0	1	1	0	= 70	★ on ne code qu'une seule fois la valeur 0 : <i>il n'y a pas +0 et -0</i>																
0	1	1	1	1	1	1	1	= 127																	
0	0	0	0	0	0	1	0	= 2	★ les opérations arithmétiques sont simplifiées :																
0	0	0	0	0	0	0	1	= 1																	
0	0	0	0	0	0	0	0	= 0	$3 - 4 = 3 + (-128 + 124) = -128 + 127 = -1$																
1	1	1	1	1	1	1	1	= -1	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding: 2px;">0</td><td style="padding: 2px;">0</td><td style="padding: 2px;">0</td><td style="padding: 2px;">0</td><td style="padding: 2px;">0</td><td style="padding: 2px;">0</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">128</td><td style="padding: 2px;">64</td><td style="padding: 2px;">32</td><td style="padding: 2px;">16</td><td style="padding: 2px;">8</td><td style="padding: 2px;">4</td><td style="padding: 2px;">2</td><td style="padding: 2px;">1</td> </tr> </table>	0	0	0	0	0	0	1	1	128	64	32	16	8	4	2	1
0	0	0	0	0	0	1	1																		
128	64	32	16	8	4	2	1																		
1	1	1	1	1	1	1	0	= -2	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">0</td><td style="padding: 2px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">128</td><td style="padding: 2px;">64</td><td style="padding: 2px;">32</td><td style="padding: 2px;">16</td><td style="padding: 2px;">8</td><td style="padding: 2px;">4</td><td style="padding: 2px;">2</td><td style="padding: 2px;">1</td> </tr> </table>	1	1	1	1	1	1	0	0	128	64	32	16	8	4	2	1
1	1	1	1	1	1	0	0																		
128	64	32	16	8	4	2	1																		
-128	64	32	16	8	4	2	1		<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">128</td><td style="padding: 2px;">64</td><td style="padding: 2px;">32</td><td style="padding: 2px;">16</td><td style="padding: 2px;">8</td><td style="padding: 2px;">4</td><td style="padding: 2px;">2</td><td style="padding: 2px;">1</td> </tr> </table>	1	1	1	1	1	1	1	1	128	64	32	16	8	4	2	1
1	1	1	1	1	1	1	1																		
128	64	32	16	8	4	2	1																		

La conversion d'un entier négatif en sa représentation correspond à inverser les bits de sa valeur absolue et d'ajouter 1 au résultat ou à représenter  $2^{nbre\_bits} - |x|$ . Cette opération s'appelle « complément à  $2^n$  ».

# Représentation binaire des nombres

---

## Réels

Un réel est manipulé par la machine sous une forme approchée appelée « nombre à virgule flottante » ou « *float* » constitué de :

- ▷ un signe ;
- ▷ une mantisse, c-à-d un nombre fixe de bits significatifs ;
- ▷ un exposant suivant une base 2, 10 ou 16 (hexadécimal) ;

Exemple :

★ en base 10 : 13,625 ou  $13625 * 10^{-3}$ , la mantisse est 13625 ;

★ en base 2 :

Puissance de 2	3	2	1	0		-1	-2	-3
valeur	8	4	2	1	,	0,5	0,25	0,125
bit	1	1	0	1	,	1	0	1

$$\begin{aligned}1101,101_2 &= 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 + 1 * 2^{-1} + 0 * 2^{-2} + 1 * 2^{-3} \\ &= 1 * 8 + 1 * 4 + 0 * 2 + 1 * 1 + 1 * 0,5 + 0 * 0,25 + 1 * 0,125 \\ &= 8 + 4 + 0 + 1 + 0,5 + 0 + 0,125 \\ &= 13,625_{10}\end{aligned}$$

Ce qui donne  $1101101 * 2^{-3}$ , la mantisse est 1101101.

# Représentation binaire des nombres : la norme IEEE 754

---

- on associe un bit pour exprimer si le nombre est positif ou négatif : le bit de « poids fort » situé à gauche ;
- on fixe le nombre de bits alloués à la représentation de l'exposant :
  - ◇ on simplifie le codage de cet exposant, en exprimant différemment son signe :
    - ★ on décide de ne pas exprimer le signe par l'utilisation d'un bit, mais en le déduisant par une opération de « décalage » :  $exposant\_décalé = exposant + décalage$   
Ainsi, pour un exposant variant de +100 à -100, si on choisit un décalage de 100, la valeur de l'exposant décalé ira de 0 à 200 .
    - ★ on calcule l'espace de valeurs possibles suivant le nombre fixe de bits associés à l'exposant ;  
Exemple pour un exposant sur 8 bits :  $2^{nombre\_bits\_exposant} = 256$
    - ★ on choisit une valeur particulière de cet espace,  $2^{nombre\_bits\_exposant} - 1$ , pour exprimer :
      - ▷ la valeur infini :  $\infty$  avec une mantisse nulle ;
      - ▷ une valeur d'erreur :  $NaN$ , « not a number » avec une mantisse non nulle ;
    - ★ on utilise la valeur zéro de l'exposant pour exprimer :
      - ▷ le nombre 0 : exposant et mantisse nuls ;
      - ▷ des nombres « dénormalisés » : exposant nul mais mantisse non nulle ;
    - ★ on divise cet espace de valeurs en deux pour exprimer au choix, un exposant positif ou négatif ;  
Exemple pour un exposant sur 8 bits :  $2^{nombre\_bits\_exposant-1} = 128$
    - ★ on détermine la valeur du décalage compte tenu de la taille de l'espace de valeurs restant :  
 $décalage = 2^{nombre\_bits\_exposant-1} - 1$   
Exemple pour un exposant sur 8 bits :  $décalage = 2^7 - 1 = 127$   
l'exposant peut varier alors de :
      - ▷ +127, ce qui donne  $exposant\_décalé = 127 + 127 = 254$  la valeur maximale possible ;
      - ▷ à -126, ce qui donne  $exposant\_décalé = -126 + 127 = 1$  la valeur minimale possible ;

# Représentation binaire des nombres : la norme IEEE 754

## La norme IEEE754 facilite le traitement par un ordinateur

Les comparaisons entre deux nombres à virgule flottante est facilité : elle est similaire, dans la plupart des cas, à celle réalisée sur des entiers.

## Représentation des valeurs et stockage de la mantisse

Les nombres représentés suivant cette norme doivent obligatoire avoir un bit à 1 au début de leur représentation :

$0,00101_2 = 1,01_2 * 2^{-3}$  Ce qui permet :

- de « supprimer » du stockage ce premier bit à 1 (il devient implicite) ;
- d'augmenter de 1 bit la capacité de représentation.

## Calcul de la capacité de représentation numérique

La valeur est calculée suivant la formule suivante :

$$(-1)^{bit\_signe} * mantisse * 2^{exposant-décalage}$$

On distingue deux « précisions » différentes pour un codage sur 32 bits ou 64 bits :

▷ simple précision :

- ◇ valeur la plus proche de zéro :  $\pm 2^{-126} \cong \pm 1,175494351 * 10^{-38}$
- ◇ valeur la plus éloignée de zéro :  $\pm(2 - 2^{23}) * 2^{127} \cong 3,4028235 * 10^{38}$

▷ double précision :

- ◇ valeur la plus proche de zéro :  $\pm 2^{?1022} \cong \pm 2,2250738585072020 * 10^{-308}$
- ◇ valeur la plus éloignée de zéro :  $\pm(2^{-1024} - 2^{971}) \cong \pm 1,7976931348623157 * 10^{308}$

	Encodage	Signe	Exposant	Mantisse	Valeur d'un nombre	Précision	Chiffres significatifs
Simple précision	32 bits	1 bit	8 bits	23 bits	$(-1)^{bit\_signe} * mantisse * 2^{exposant-127}$	24 bits	7
Double précision	64 bits	1 bit	11 bits	52 bits	$(-1)^{bit\_signe} * mantisse * 2^{exposant-1023}$	53 bits	16

# Représentation binaire des nombres : la norme IEEE 754

## Les nombres « dénormalisés »

Les nombres en représentation « dénormalisés » :

- permettent d'exprimer des valeurs plus petites que celles exprimables dans la représentation normalisée ;
- ne disposent pas de « bit implicite » à 1 en début de la représentation contrairement à la version normalisée ;
- ne possèdent pas autant de chiffres significatifs que la représentation normalisée ;
- permettent une perte graduelle de précision quand les résultats de calculs sont trop proches de zéro pour être représentés par la version normalisée.

L'exposant de ces nombres est à zéro ce qui donne un exposant de  $-126$  en simple précision et de  $-1022$  en double précision.

Ce qui donne :

▷ en simple précision, plus petit nombre différent de zéro et plus grand nombre négatif différent de zéro :  
 $\pm 2^{-1074} \cong \pm 2^{-149} \cong \pm 1,4012985 * 10^{-45}$  ;

▷ en double précision, plus petit nombre différent de zéro et plus grand nombre négatif différent de zéro :  
 $\pm 2^{-1074} \cong \pm 4,9406564584124654 * 10^{324}$  ;

## Les valeurs $\infty$ et NaN

$x \div 0 = \pm\infty$
$0 \div 0 = NaN$
$x \div \infty = \pm 0$
$\infty \div \infty = NaN$
$(+\infty) + (+\infty) = +\infty$
$(+\infty) - (+\infty) = NaN$

# Sous Python

---

## La capacité des valeurs numériques

Les valeurs entières ne sont pas limitées en dimension.

Calcul de la clé du numéro de sécurité sociale sur 13 chiffres :

```
In [17]: numero_secu=1700187001001
```

```
In [18]: 97-(numero_secu%97)
```

```
Out[18]: 73
```

Les nombres à virgule flottante sont limités suivant la « taille des mots » processeur :

▷ pour 32 bits la limite est  $\pm 3.4 * 10^{38}$  ;

▷ pour 64 bits la limite est  $\pm 1.8 * 10^{308}$  :

```
In [12]: 9*1.8E307
```

```
Out[12]: 1.62e+308
```

```
In [13]: 10*1.8E307
```

```
Out[13]: inf
```

# Calcul numérique et approximation

---

## Les règles d'associativité et de commutativité

Soit l'équation :  $\frac{(x-x+y)}{y} = \frac{((x-x)+y)}{y} = \frac{(x-(x+y))}{y}$

Calcul sous Python :

▷ Pour des valeurs  $x$  et  $y$  proches :

```
»» x=10000000.0
»» y=9999999.0
»» print ((x-x)+y)/y
1.0
»» print (x+(y-x))/y
1.0
```

▷ Pour des valeurs  $x$  et  $y$  éloignées :

```
»» x=10000000000000.0
»» y=0.000000000001
»» print ((x-x)+y)/y
1.0
»» print (x+(y-x))/y
0.0
```

# Exemple de calcul

## Erreur de calcul :

```
In [106]:
v=-1.0
for i in range(0,201):
    print acos(v)
    v = v + 0.1
-----
ValueError      Traceback (most recent call last)
<ipython-input-106-e13af1a75e60> in <module>()
      1 v=-1.0
      2 for i in range(0,201):
--> 3     print acos(v)
      4     v = v + 0.1

ValueError: math domain error

3.14159265359
2.69056584179
...
0.643501108793
0.451026811796
2.10734242554e-08
```

## Une autre version :

```
v = -100
for i in range(0,201) :
    print acos(v/100.0)
    v = v + 1
```

## Pourquoi ?

```
In [3]: format(0.01, '.30f')
Out[3]: '0.0100000000000000000208166817117'

In [4]: sum([0.01]*100)
Out[4]: 1.0000000000000007

In [5]: round(1.0000000000000007, 13)
Out[5]: 1.0
```

```
In [9]: float.hex(0.1)
Out[9]: '0x1.999999999999ap-4'
```

## Explications :

- ★ « 0x1.999999999999ap-4 » est un nombre flottant normalisé en double précision exprimé en hexadécimal ;
- ★ « 0x » : indique la notation hexadécimale ;
- ★ « 1. » : correspond au bit implicite ;
- ★ « 99 99 99 99 99 99 a » : la mantisse sur 52 bits ;
- ★ « p-4 » : correspond à l'exposant  $2^{-4}$

En binaire, cela donne :

```
1.100110011001100110011001100110011001100110011001100110011001101
* 2-4
```

```
In [3]: from decimal import Decimal
In [4]: Decimal(0.1)
Out[4]: Decimal('0.100000000000000005551115123...')
```



# Les listes de valeurs et Python

---

## La génération de listes

Avec l'instruction « range » :

```
1 liste = range(1,10)
2 print liste
```

```
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
```

En utilisant l'opérateur de répétition « \* » sur une liste :

```
1 liste_automatique = [ 0.0 ]*10
2 print liste_automatique
```

```
[0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
```

Pour parcourir les éléments d'une liste :

```
1 for element in liste:
2     print element,":",
```

```
1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 :
```

Pour créer une nouvelle liste à partir d'une autre à l'aide d'un parcours et de la méthode « append » :

```
1 liste_originale = [ 3, 5, 7, 8]
2 nouvelle_liste = []
3 for element in liste_originale :
4     nouvelle_liste.append(element*2)
5 print nouvelle_liste
```

```
[6, 10, 14, 16]
```

Pour créer une nouvelle liste à partir d'une autre :

```
1 liste_originale = [ 3, 5, 7, 8]
2 nouvelle_liste = [element * 2 for element in liste_originale]
3 print nouvelle_liste
```

```
[6, 10, 14, 16]
```

# Les listes de valeurs et le module « NumPy »

## La génération de liste de valeurs dans un intervalle donné

- ▷ en donnant le pas ;

```
In [9]: vals_x = arange(1,2,0.1)

In [10]: vals_x
Out[10]: array([ 1. ,  1.1,  1.2,  1.3,  1.4,  1.5,  1.6,  1.7,  1.8,  1.9])

In [12]: len(vals_x)
Out[12]: 10
```

### En Python, sans NumPy :

```
In [1]: vals_x = [1.0 + i*0.1 for i in range(0,10)]

In [2]: vals_x
Out[2]: [1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7000000000000002, 1.8, 1.9]
```

- ▷ en donnant le nombre de valeurs désirées dans l'intervalle :

```
In [4]: vals_x = linspace(1,2,10)

In [5]: vals_x
Out[5]:
array([ 1.          ,  1.11111111,  1.22222222,  1.33333333,  1.44444444,
        1.55555556,  1.66666667,  1.77777778,  1.88888889,  2.          ])

In [6]: len(vals_x)
Out[6]: 10
```

# Un exemple de résolution analytique et graphique

## L'équation du second degré

```
1 # coding=utf-8
2 from pylab import *
4 a = 1
5 b = 1
6 c = -4
8 d = b**2-4*a*c # discriminant
10 if d < 0:
11     print "Cette équation n'a pas de solution réelle"
12 elif d == 0:
13     x = (-b+sqrt(d))/(2*a)
14     print "Cette équation a une seule solution ", x
15 else:
16     x1 = (-b+sqrt(d))/(2*a)
17     x2 = (-b-sqrt(d))/(2*a)
18     print "Cette équation a deux solutions ", x1, " et", x2
19 vals_x = linspace(-5,5,10)
20 vals_y = [x**2+x for x in vals_x]
22 plot(vals_x,vals_y)
23 plot(vals_x,[4]*len(vals_x))
24 xticks(vals_x)
25 grid(True)
26 show()
```

## Résolution d'équation du second degré

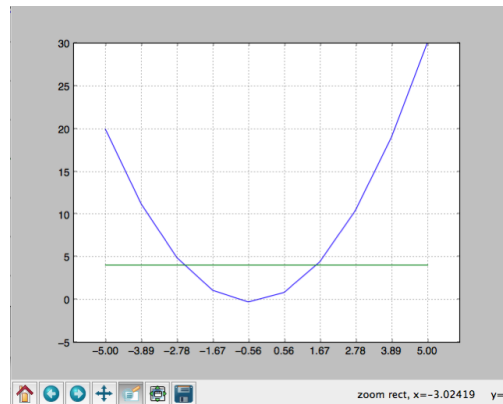
$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

```
In [7]: a = 1
        b = 1
        c = -4

        d = b**2-4*a*c # discriminant

        if d < 0:
            print "Cette équation n'a pas de solution réelle"
        elif d == 0:
            x = (-b+sqrt(d))/(2*a)
            print "Cette équation a une seule solution ", x
        else:
            x1 = (-b+sqrt(d))/(2*a)
            x2 = (-b-sqrt(d))/(2*a)
            print "Cette équation a deux solutions ", x1, " and", x2
```

Cette équation a deux solutions 1.56155281281 and -2.56155281281



# Un exemple de résolution analytique et graphique

## Exécution du programme dans iPython

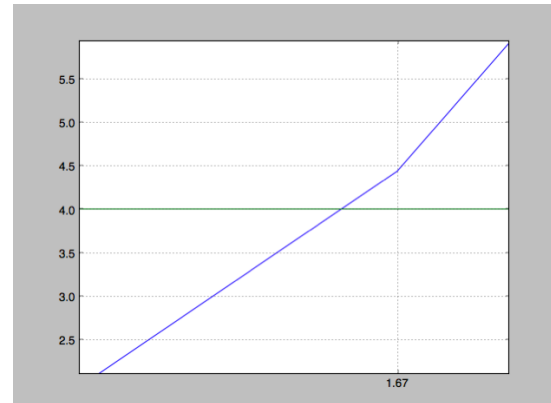
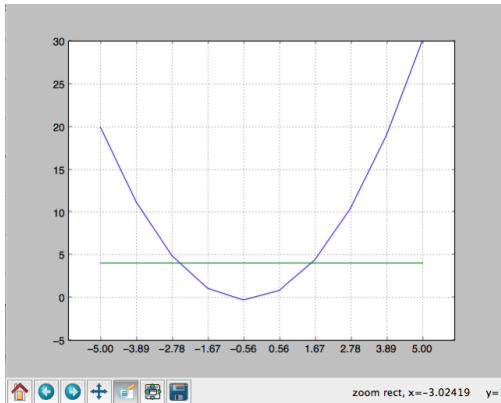
```
pef@darkstar:~/Python_snippets/Math$ ipython -pylab
Python 2.7.5 (default, Jun 11 2013, 12:38:41)
Type "copyright", "credits" or "license" for more information.

IPython 0.13.2 - An enhanced Interactive Python.
?          -> Introduction and overview of IPython's features.
%quickref  -> Quick reference.
help       -> Python's own help system.
object?    -> Details about 'object', use 'object??' for extra details.

Welcome to pylab, a matplotlib-based Python environment [backend: MacOSX].
For more information, type 'help(pylab)'.

In [1]: %run quadratic.py
Cette équation a deux solutions  1.56155281281  and -2.56155281281
```

## Résolution graphique



# Un exemple de résolution analytique et graphique

## Le traitements des nombres complexe avec le module « cmath »

```
1 # coding=utf-8
2 from pylab import *
3 import cmath
4 a = 1
5 b = 1
6 c = 4
8 d = b**2-4*a*c # discriminant
10 if d < 0:
11     print "Cette équation n'a pas de solution réelle"
12     x1 = (-b - cmath.sqrt(d))/(2*a)
13     x2 = (-b + cmath.sqrt(d))/(2*a)
14     print "Cette équation a deux solutions complexes ", x1, " et", x2
15 elif d == 0:
16     x = (-b+sqrt(d))/(2*a)
17     print "Cette équation a une seule solution ", x
18 else:
19     x1 = (-b+sqrt(d))/(2*a)
20     x2 = (-b-sqrt(d))/(2*a)
21     print "Cette équation a deux solutions ", x1, " and", x2
```

Ce qui donne pour  $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $c = 4$ :

Cette équation n'a pas de solution réelle

Cette équation a deux solutions complexes  $(-0.5-1.9364916731j)$  et  $(-0.5+1.9364916731j)$

# Traitement de chaîne et dictionnaire

## Conversion notation romaine -> décimale

chiffre romain	M	D	C	L	X	V	I
valeur	1000	500	100	50	10	5	1

Pour stocker les valeurs un dictionnaire :

```
romain_decimal = { 'M':1000, 'D':500, 'C':100, 'L':50, 'X':10, 'V':5, 'I':1 }  
print romain_decimal['C']  
100
```

Une proposition de programme :

```
1 romain_decimal = { 'M':1000, 'D':500, 'C':100, 'L':50, 'X':10, 'V':5, 'I':1 }  
2 chaine = "MCCMLXXIV"  
3 valeur_decimale = 0  
4 chiffre_romain_precedent = chaine[0]  
5 accumulateur = romain_decimal[chiffre_romain_precedent]  
6 for chiffre_romain_courant in chaine[1:]: # on part de la seconde valeur  
7     if romain_decimal[chiffre_romain_courant] < romain_decimal[chiffre_romain_precedent] :  
8         valeur_decimale = valeur_decimale + accumulateur  
9         accumulateur = romain_decimal[chiffre_romain_courant]  
10        chiffre_romain_precedent = chiffre_romain_courant  
11        continue # on passe à l'occurrence suivante de la boucle  
12    if romain_decimal[chiffre_romain_courant] == romain_decimal[chiffre_romain_precedent] :  
13        accumulateur = accumulateur + romain_decimal[chiffre_romain_courant]  
14        continue # on passe à l'occurrence suivante de la boucle  
15    # romain_decimal[chiffre_romain_courant] > romain_decimal[chiffre_romain_precedent]  
16    valeur_decimale = valeur_decimale - accumulateur  
17    accumulateur = romain_decimal[chiffre_romain_courant]  
18    chiffre_romain_precedent = chiffre_romain_courant  
19    valeur_decimale = valeur_decimale + accumulateur  
20 print "La valeur traduite de ", chaine, " est ", valeur_decimale
```

# Les erreurs les plus courantes

---

## Liées à l'édition du source

- ▷ le « : » oublié avant la définition d'un bloc par une indentation ;
- ▷ l'utilisation de caractères espaces et/ou de tabulation pour indenter le source : il faut que ce soit fait toujours de la même manière ;
- ▷ utilisation de caractères accentués (ajout de l'« encoding » correct) ;

## Liées à Python

- ▷ oubli d'ajout du module pour en utiliser les fonctions :

```
from pylab import *  
import cmath
```

- ▷ définir une variable dans une conditionnelle et s'en servir ensuite même si elle n'a pas été définie :

```
1 | if a == 0 :           Ici, si a==0 la variable b sera définie et affichable à la ligne 3,  
2 |     b = 1           sinon il ne sera pas défini et créera une exception à la ligne 3.  
3 | print b
```

⇒ définir chaque variable au début du source en leur affectant une valeur d'initialisation.

# Complexité d'un algorithme

- ▷ Le temps d'exécution d'un programme dépend en général de l'ordinateur utilisé.  
Pour simplifier, nous mesurerons le temps d'exécution d'un programme **en nombre d'instructions élémentaires** exécutées.
- ▷ Ce temps d'exécution dépend évidemment des données traitées par le programme.  
Pour simplifier, nous nous intéresserons au **temps maximum d'exécution** en fonction de la taille des données.
- ▷ On peut toujours mesurer cette taille des données par un entier  $n$  comme par exemple le nombre d'éléments d'un vecteur.
- ▷ On simplifie généralement la description du temps maximum d'exécution d'un programme en ne retenant que l'**ordre de grandeur** correspondant.

Ceci nous permet de définir la *complexité d'un programme* comme étant l'*ordre de grandeur de son temps maximum d'exécution (mesuré en nombre d'instructions élémentaires exécutées) en fonction de la taille des données (mesurées par un entier  $n$ )*.

Ordre	de grandeur	Taille	$n$ des	données
du temps max	d'exécution	10	100	1000
	$n$	10	100	1000
	$n * \log(n)$	33	660	$10^4$
Complexité	$n^2$	100	$10^4$	$10^6$
du	$n^3$	1000	$10^6$	$10^9$
programme	$2^n$	1024	$10^{10}$	$10^{330}$
	$n^n$	$10^{10}$	$10^{200}$	$10^{3000}$

## Notation de Landau

Pour exprimer qu'une fonction  $f(n)$  est de l'ordre de grandeur d'une fonction  $g(n)$ , on utilise la notation de Landau qui consiste à écrire  $f(n) = O(g(n))$  lorsqu'il existe une constante  $C$  et un nombre  $n_0$  tels que  $\forall n \geq n_0, |f(n)| < C |g(n)|$ .

*Dire, par exemple, qu'un programme a la complexité en  $O(1)$  revient à dire que son temps d'exécution maximum est indépendant de la taille de ses données.*